

Messung des ^3H -Betaspektrums und Bestimmung der Obergrenze für die Ruhemasse des elektronischen Antineutrinos

B. Röde

Physik-Department, Technische Universität München, Garching, Deutschland

(Z. Naturforsch. **29a**, 261–274 [1974]; eingegangen am 4. Oktober 1973)

Measurement of the H^3 -Betaspectrum and Determination of an Upper Limit for the Electronic Antineutrino Rest Mass

The β -spectrum of tritium has been measured with the Heidelberg $(\pi/2)\sqrt{13}$ high resolution magnetic spectrometer. A new almost backscatter free source technique and a special proportional counter were developed. Special attention is paid to the problem of energy losses of the electrons in the source layer to get a theoretical expression for correcting the measured spectra in a physically meaningful way. On the basis of the Wilcoxon ranktest an upper limit of 86 eV at 90 per cent confidence was obtained for the antineutrino rest mass.

1. Einleitung

Diese Arbeit behandelt eine neue Messung des Tritium- β -Spektrums und das Problem der Ruhemasse des Antineutrinos. Das Hauptmeßergebnis wurde in kurzer Form bereits an anderer Stelle mitgeteilt (Röde und Daniel¹). Im folgenden wird über die experimentellen Verfahren und insbesondere über die Auswertemethode der gemessenen Elektronspektren, auf die besonderes Gewicht gelegt wurde, berichtet.

Im Vergleich zu der inzwischen erschienenen sehr ausführlichen Untersuchung zu diesem Thema (Bergkvist²) werden in den folgenden Ausführungen mehrere Teilprobleme, wie etwa die Behandlung der Energieverluste im Quellenmaterial auf völlig andere Weise behandelt.

Es ist schon seit einiger Zeit bekannt, daß jedes elektronische β -Spektrum bei hinreichend genauer Vermessung prinzipiell die Möglichkeit eröffnet, eine Aussage über die Größe der Antineutrinoruhemasse ($m_{\bar{\nu}}$) zu machen (Kofoed-Hansen³, Wu⁴). Für den Fall $m_{\bar{\nu}} \neq 0$ würde nämlich die maximal einem Zerfallselektron zur Verfügung stehende kin. Energie (E_{\max}) um eben den Betrag $m_{\bar{\nu}} c^2$ gekürzt erscheinen.

Die exakte Formulierung des Energiespektrums für das im Zerfall freigesetzte Elektron ergibt im Falle $m_{\bar{\nu}} \neq 0$ und unter Weglassung aller energieunabhängigen Größen (Jarlskog⁵):

$$dN/dE = C p E (E'_{\max} + m_{\bar{\nu}} - E) \cdot \{(E'_{\max} - E) (E'_{\max} + 2m_{\bar{\nu}} - E)\}^{1/2} F(Z, E) \quad (1)$$

Sonderdruckanforderungen an Dr. B. Röde, Techn. Universität München, Physik-Department, E 18, D-8046 Garching.

mit

$$E'_{\max} = \frac{M_{\text{He}^3}^2 - (M_{\text{He}^3} + m_{\bar{\nu}})^2 + m_e^2}{2 M_{\text{He}^3}} \cong E_{\max} - m_{\bar{\nu}},$$

$F(z, E)$ Fermi-Funktion,

$E; p$ Elektronenenergie und Impuls,

C Energieunabhängige Konstante

oder mit $E'_{\max} \cong E_{\max} - m_{\bar{\nu}}$:

$$dN/dE = C p E (E_{\max} - E) \cdot \{(E_{\max} - E)^2 - m_{\bar{\nu}}^2\}^{1/2} F(Z, E). \quad (2)$$

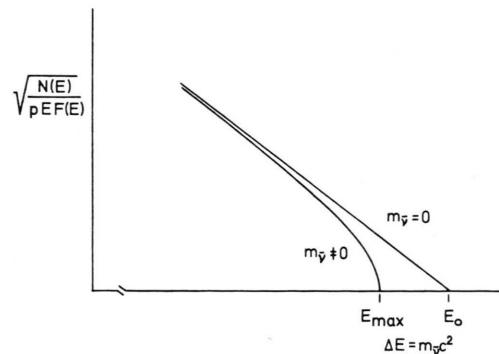


Abb. 1. Der hochenergetische Teil eines Beta-Spektrums schematisiert dargestellt.

Die entscheidende Differenz wird deutlich in der Abbildung 1. Aufgetragen ist hier schematisiert der Ausdruck (2) in der Fermi-Darstellung. Andere physikalische Gründe, die auch zu einer Abweichung im gemessenen Spektrum von der Geraden im Fermi-Plot führen können, werden noch im folgenden ausführlich behandelt.

Daß eine Aussage über die Größe $m_{\bar{\nu}}$ mit Hilfe der obengenannten Methode prinzipiell schwierig



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

ist, erscheint plausibel, da es eben eine Abweichung im Spektrum festzustellen gilt, wo nur noch geringe Zählraten möglich sind.

Damit erhebt sich sofort die Frage nach anderen Möglichkeiten, dieses m_ν zu bestimmen.

Ein Effekt, den man zur Untersuchung dieser Fragestellung heranziehen könnte, bildet der doppelte β -Zerfall (DBZ). Aus der Messung der Lebensdauer eines Kerns mit DBZ erhält man eine Information über den Bruchteil aller Zerfälle, die ohne Neutrinoemission erfolgen. Der Ausdruck für den leptonischen Strom im Matrixelement dieses Zerfallszweiges kann so angesetzt werden (Primakoff⁶):

$$l_\lambda^{(e)}(\mathbf{x}) = \bar{\psi}_e(\mathbf{x}) \gamma_\lambda \{ (1 + \gamma_5) + \eta (1 - \gamma_5) \} \psi_\nu(\mathbf{x})$$

mit $\bar{\psi}_\nu(\mathbf{x})^+ = \psi_\nu(\mathbf{x})$.

Experimentell lässt sich eine obere Grenze für den Bruchteil des neutrinoselben DBZ und damit auch für η , den Parameter der Helizitätsmischung, angeben. Da $\eta \neq 0$ auch $m_\nu \neq 0$ zur Folge hat (Primakoff⁶), kann folgende Relation aufgestellt werden:

$$\eta = m_\nu / \langle E_\nu \text{ virtuell} \rangle \cong m_\nu \langle r_{nm} \rangle,$$

$\langle r_{nm} \rangle$ = Mittlere Entfernung der beiden beteiligten Hadronen.

Unter Benutzung der Meßergebnisse für den DBZ bei ${}^{130}\text{Te}$ und ${}^{128}\text{Te}$ (Kirsten⁷) kann dann für m_ν eine Abschätzung vorgenommen werden (für $\langle r_{nm} \rangle$ wird $\frac{1}{2} m_\pi^{-1} \cong 0,7 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ gesetzt), die eine Obergrenze für m_ν liefert und um einen Faktor 250 höher liegt als das beste Ergebnis aus einer Vermessung des Tritium- β -Spektrums (Primakoff und Rosen⁸) und noch theoretische Unsicherheiten enthält.

Weiterhin besteht die Möglichkeit, bei $m_\nu \neq 0$ eine Veränderung der longitudinalen Polarisation des Elektrons beim erlaubten einfachen β -Zerfall zu beobachten:

$$P = \frac{v_e}{c} \frac{(1 - \eta^2)}{(1 + \eta^2)}.$$

Eine Obergrenze aus diesbezüglichen Messungen abgeleitet, ergäbe jedoch ein noch ungenaueres Ergebnis als das aus dem DBZ abgeleitete; diese Möglichkeit scheidet damit auch aus.

Der Vollständigkeit halber sei noch eine weitere Aussage zum Problem der Neutrinozählmasse erwähnt. Um in einem neueren kosmologischen Modell zu gewährleisten, daß das Universum älter als unsere Galaxie bleibt, sollte die Neutrinoenergie-

dichte kleiner als etwa $10^{29} \text{ eVcm}^{-3} = 0,6 \cdot 10^4 \text{ eVcm}^{-3}$ bleiben; bei einer Neutrinozähldichte von $n_\nu \cong 50 \text{ cm}^{-3}$ ergibt sich damit $m_\nu < 2 \cdot 10^{-4} m_e \cong 100 \text{ eV}$. Diese Abschätzung liegt in derselben Größenordnung wie die der vorliegenden Arbeit. Es ergibt sich auf diese Art jedoch für die Masse des myonischen Neutrinos eine erheblich kleinere Obergrenze als sie im Labor bisher bestimmt werden konnte (Kundt⁹). Die große Unbekannte ist hierbei natürlich die Zuverlässigkeit der Aussage. Da in der Literatur dazu keine Bemerkung gemacht wird und kosmologische Modelle überdies nicht an allen Stellen lückenlos nachprüfbar sind, sollte man dieser Aussage auch kein großes Gewicht beimesse.

Diskussionen über mögliche Oszillationen in einem Neutrinostrahl vom Reaktor oder Beschleuniger, das heißt zyklische Übergänge $\nu \rightleftharpoons \bar{\nu}$ oder $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$, ähnlich dem $(K^0 - \bar{K}^0)$ -System, die von diskreten Neutrinozählmassen abhängig sein könnten, besitzen noch sehr spekulativen Charakter (Pontekorvo¹⁰) und bedürfen noch einer fundierten Basis, ehe quantitative Aussagen möglich sind.

2. Experimentelle Durchführung der Messung

Das zur Messung eines solchen β -Spektrums geeignete Gerät ist nach wie vor ein eisenfreies Magnetspektrometer, wenn man einmal von einem elektrostatischen Spektrometer absieht, das für diesen Zweck erst gebaut werden müßte, möglicherweise aber gewisse Vorteile hinsichtlich der Absoluteichung besäße.

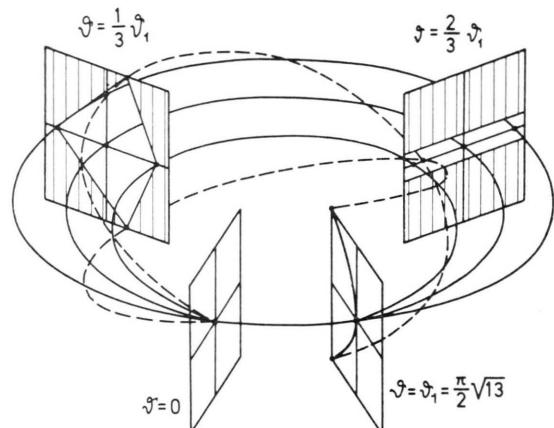


Abb. 2. Einige Elektronenbahnen im $\pi/2 \sqrt{13}$ -Spektrometer.

Aus dem Grunde wurde die vorliegende Arbeit am hochauflösenden, eisenfreien $(\pi/2) \sqrt{13}$ -Spektrometer in Heidelberg durchgeführt. Das Gerät zeich-

net sich durch einen relativ hohen ausnutzbaren Raumwinkelbruchteil von ca. 1% (von 4π) bei gleichzeitiger Impulsauflösung (volle Halbwertsbr.) von $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-4}$ aus. Abbildung 2 zeigt schematisch den Strahlengang und das Fokussierungsprinzip. Zu beachten ist hierbei, daß der Austrittsspalt parabolisch gebogen und fast 20 cm lang ist. Der Sollkreisradius beträgt $r_0 = 30$ cm. Im übrigen ist das Gerät in der ausführlichen Arbeit von Daniel et al.¹¹ beschrieben.

Die weiteren experimentellen Erfordernisse dieser Messung verlangten einerseits einen Elektronendetektor im Spektrometer mit möglichst geringem Untergrund, wegen der niedrigen zu erwartenden Zählraten, und andererseits eine möglichst aktive und gleichzeitig, wegen der niedrigen Elektronenergie, sehr dünne Tritiumquelle.

Detektoren mit geringem Untergrund lassen sich nur in Verbindung mit einem Antikoinzidenzzählerkranz aufbauen. Eine weitere Möglichkeit zur Unterscheidung der störenden Zählrate ergibt sich, wenn der Detektor eine elektronenenergieabhängige Meßgröße liefert. Unter Berücksichtigung dieser Überlegungen wurde daraufhin ein spezielles Proportionalzählrohr entwickelt und die Möglichkeit eines Halbleiterdetektors, im Gegensatz zur neuesten Arbeit über das vorliegende Thema (Piel¹²), bewußt verworfen, da die energieabhängige Rückstreuung von der Kristalloberfläche in jedem Falle zu einer Beeinflussung des gemessenen Spektrums führt. Außerdem kann ein Zählrohr durch Auswechseln der

Fensterfolie leichter dekontaminiert werden für den Fall, daß die Quelle Aktivität in das Spektrometervakuum abgibt.

Weiterhin wurde eine Technik zur Herstellung der Quelle (Dicke ca. $5 \mu\text{g}/\text{cm}^2$) ausgearbeitet. Dazu wurde von der bekannten Möglichkeit Gebrauch gemacht, eine extrem dünne, in diesem Fall radioaktive Kunststofffolie selbst zu gießen. Man löst dazu den Kunststoff in einem organischen Lösungsmittel, das sich mit Wasser nicht mischt, und läßt einen Tropfen davon auf einer Wasseroberfläche sich ausspreiten. Nach Verdunstung des Lösungsmittels bleibt ein durch Lichtinterferenz leicht auf Homogenität kontrollierbarer Film zurück, den man mit einem Rahmen aufnehmen kann. Ein weiterer Vorteil ist, daß gewisse Kunststoffe mit außerordentlich hohen spezifischen Aktivitäten präpariert werden können. Über ein ^3H -aktives Silanol in Verbindung mit einem Polymeren berichten Daris und St. Pierre¹³.

Für diese Arbeit wurde ein Polystyrol mit einer spez. Aktivität von 12 ci/g präpariert, das in Benzol gelöst wurde *.

Dieses Lösungsmittel besitzt besonders günstige dämpfende Eigenschaften in bezug auf die Radiolysegeschwindigkeit des aktiven gelösten Materials.

Das Proportionalzählrohr wurde nach einem System entworfen, welches ursprünglich zu Zwecken der β -Niedrigpegelmessungen (Altersbestimmungen) entwickelt worden war (Drever et al.¹⁴, Houtermans und Oeschger¹⁵). Es handelt sich dabei um

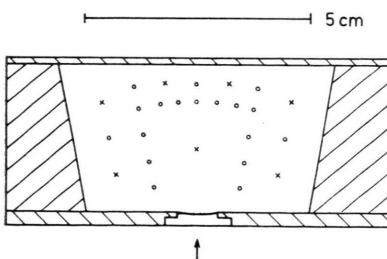


Abb. 3. Schema der Drahtanordnung im Proportionalzählrohr.
x — Anoden, o — Kathoden.

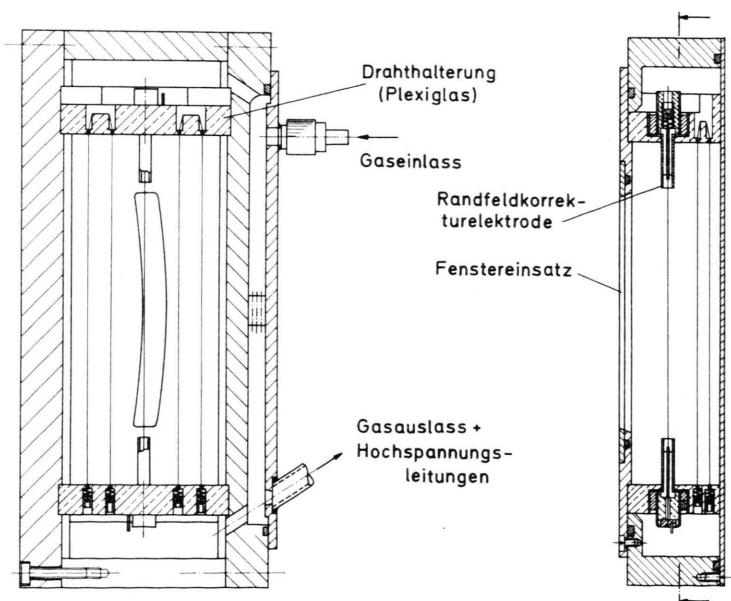


Abb. 4. Zwei Schnitte durch das Zählrohr. Die Verdrahtung der Hochspannungs-zuführungen ist nicht eingezzeichnet.

* Das aktive Material wurde von der Firma Farbwerke Hoechst bezogen.

ein Vieldrahtsystem mit einem Zentralzähler und sechs Nebenzählern, die durch Erdpotential führende Kathodendrähte in ihrem Volumen definiert sind. Abbildung 3 zeigt dieses System schematisiert. Die äußere Form und das rechteckige Zählervolumen wurden durch die Raumverhältnisse im Spektrometer diktiert, wobei letzteres keinen erkennbaren Einfluß auf die Energieauflösung des Zählers ausübte. Um den Zählgasdruck im Hinblick auf das dünne Fenster in vernünftigen Grenzen zu halten, mußte ein schweres Gas gewählt werden. Zur Verwendung kam technisches n-Butan 99% ohne Zusätze bei einem Druck von 130 Torr. Außerdem wurde mit kontinuierlichem Gasdurchfluß gearbeitet, da die Fensterfolien (Dicke ca. 3000 – 4000 Å) für ein abgeschlossenes Volumen keine ausreichende Dichtigkeit bewiesen. Die Abb. 4 zeigt den Zähler in zwei Schnitten ohne die Hochspannungszuleitungen. In einem zweiten Modell liefen die Hochspannungsführenden und mit Teflonschlauch isolierten Zuleitungen durch den Zählgas abziehenden Wellschlauch, da vorher die hochvakuumdichten Aralditverklebungen der Leitungsdurchführungen infolge von Alterungserscheinungen im Kleber stille Entladungen zeigten und regelrechte Störspektren beobachtet werden konnten.

Die Herstellung der gittergestützten Fensterfolie erfolgte nach demselben Prinzip wie dem der Quelle durch Gießen von Kunststofffilmen auf Wasseroberflächen (Dragoun¹⁶). Zur Verwendung kamen hier gestapelte Folien, d. h. es wurden 5 – 6 Filme von je 6 – 10 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ Dicke bis zur Gesamtstärke von ca. 45 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ aufeinandergelegt und in einem Format von $12 \times 8 \text{ cm}^2$ mit einem Stahlblechrahmen von der Wasseroberfläche abgehoben.

Die in das Zählerinnere weisende Schicht bestand aus Zelluloseacetat, die nach außen weisende dagegen aus Polyvinylbutyral. Es zeigte sich nämlich, daß Zelluloseacetat der einzige Kunststoff ist, der eine so hohe Oberflächenleitfähigkeit besitzt, daß auf eine Metallisierung der nach innen weisenden Fläche verzichtet werden kann, was eine Einsparung in der Gesamtdicke des Fensters von ca. 7 – 8 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ bedeutet.

Die Homogenität und Dicke ließen sich leicht an Hand der Interferenzfarbe bestimmen, bei 45 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ zeigt sich unter Reflexion ein liches Grün.

Die erreichbare Energieauflösung betrug bei $E_e = 24,5 \text{ keV}$ $\Delta E/E = 10,5\%$.

Die Wirksamkeit des Antikoinzidenzkranzes zeigt die Abbildung 5.

Zur Erzielung einer hohen Gesamtaktivität wurde auf ein Konstruktionsprinzip für Quellen zurückgegriffen, das schon früher für $(\pi/2)\sqrt{2}$ -Spektrometer angewandt worden war (Bergkvist¹⁷). Normaler-

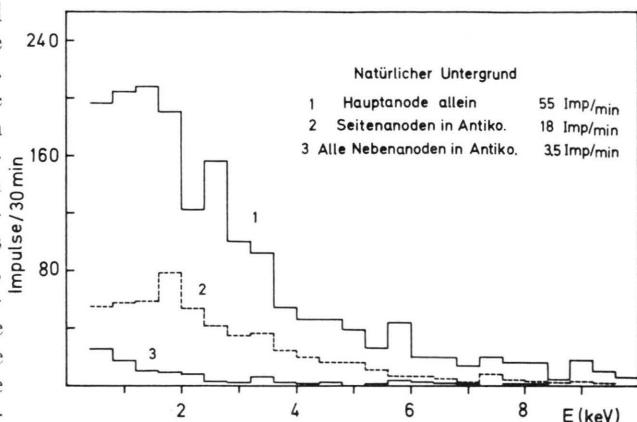


Abb. 5. Impulshöhenspektrum des natürlichen Untergrundes. Die angegebene Zählrate bezieht sich jeweils auf das Gesamtspektrum zwischen 1 und 20 keV.

weise werden im benutzten $(\pi/2)\sqrt{13}$ -Spektrometer strichförmige Quellen der Dimension $(0,5 \times 20) \text{ mm}^2$ eingesetzt; um die aktive Fläche zu vergrößern, ist es prinzipiell möglich, mehrere Streifen dieser Dimension isoliert nebeneinander zu setzen und an jeden einzelnen ein elektrostatisches Korrekturpotential zu legen, welches die Fokussierungsbedingung wiederherstellt. Vom Sollkreis in Richtung Spektrometerachse werden steigend positives und vom Sollkreis nach außen steigend negatives Potential benötigt. Um außerdem Unabhängigkeit des Fokussierungswinkels von dem Startort des Elektrons zu erreichen, muß die Quellebene bei der $(\pi/2)\sqrt{13}$ -Fokussierung in einem Winkel von 35° gegen die Verbindungsgeraden Quelle – Spektrometerachse stehen (Bier³⁶). Die Abb. 6 zeigt das Prinzip der Fokussierung.

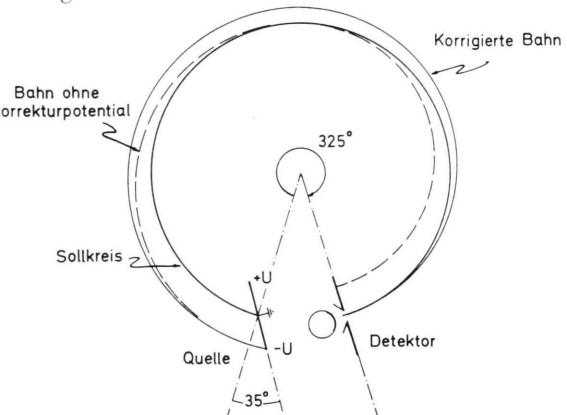


Abb. 6. Schema des Fokussierungsprinzips bei elektrostatisch korrigierter breiter Quelle.

Da die aktive Schicht aus tritiertem Kunststoff gegossen werden sollte, war eine Auflösung der ge-

samten Quellenfläche in einzelne Streifen der oben genannten Dimension kaum zu realisieren. Deshalb wurde versucht, in einer Querrichtung über der homogenen Quellenfläche [in der endgültigen Ausführung (22×23) mm 2] ein kontinuierlich verlaufendes Korrekturpotential aufzubauen. Dies läßt sich nur verwirklichen, wenn auf der Fläche noch eine gewisse Leitfähigkeit vorhanden ist, die sich in der Hochvakuumumgebung jedoch nur durch eine aufgedampfte Silberschicht erreichen ließ.

Weiterhin wurde bei der Entwicklung der Quelle von Anfang an versucht, die Trägerschicht so dünn wie möglich zu halten, um einmal möglichst weitgehend den Einfluß der das β -Spektrum veränderten Rückstreuelektronen zu unterdrücken. Es ist bekannt, daß eine Verminderung des rückgestreuten Elektronenanteils erst unterhalb einer Streuermaterialdicke von ungefähr $0,3 d_0$ auftritt, wobei d_0 die maximale Eindringtiefe der Elektronen bedeutet (Bienlein et al. alias¹⁸). Für 18 keV-Elektronen ist $d_0 \approx 700 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, d. h. der Träger der aktiven Schicht muß erheblich dünner als $200 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ bleiben.

Einige Vorversuche wurden bezüglich der Leitschicht der Quelle unternommen. Die Untersuchungen betrafen aufgedampfte Ag-Schichten auf einer Folienunterlage aus Nitrozellulose einer Massenbeladung von ca. $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2 \approx 1000 \text{\AA}$. Nur dieses Material war der thermischen Belastung während des Aufdampfens gewachsen. Zur Widerstandsmessung wurde die metallisierte Folie auf zwei gut isolierte und an den Schneiden polierte Messingbleche aufgespannt, jedoch in der Weise, daß die Silberschicht auf der den Schneiden abgewandten Seite zu liegen kam. Das war notwendig, weil bei der fertigen Quelle sich die Leitschicht zwischen Träger- und aktiver Quellschicht befand.

Einige Meßergebnisse zeigt die Abbildung 7. Die Schichtdicken wurden nach dem Prinzip des mitbedampften Schwingquarzes ermittelt. Die Ergebnisse sind insofern beachtenswert, als im Falle der Nitrozelluloseunterlage die elektrische Leitfähigkeit bei bereits wesentlich geringeren Metallschichtdicken hohe Werte erreicht und gleichzeitig dieselbe auch wesentlich langsamer mit der Schichtdicke ansteigt, im Vergleich zu einer Glasunterlage. Durch dieses Verhalten war es erst möglich, vorgegebene Leitfähigkeiten auf ± 2 Größenordnungen zu reproduzieren, was für diesen Zweck völlig ausreichend war. In der endgültigen Ausführung der Quelle wurden dann Widerstände von $10^9 \Omega$ zwischen den potentialdefinierenden Trägerdrähten angestrebt.

Zur Kontrolle der erreichbaren Auflösung des Spektrometers wurde eine Quelle der Dimension (8×15) mm 2 untersucht. Auf dieser Fläche wurde

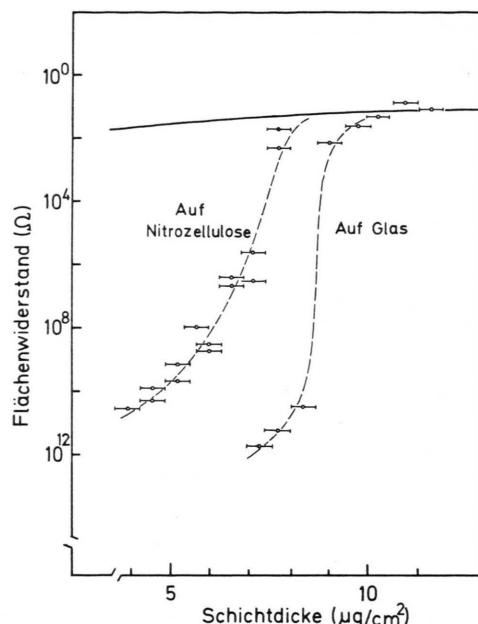


Abb. 7. Der Flächenwiderstand in Abhängigkeit der Dicke der aufgedampften Ag-Schicht.

ein ^{216}Po -Niederschlag elektrostatisch gesammelt und in der Folge die drei stärksten Konversions-elektronenlinien: A (24,5 keV); F (148 keV); I (222 keV) beobachtet. Die Messung der A-Linie war unbrauchbar, da der vorhergehende zweimalige α -Zerfall durch Rückstoß die Kerne in größere Schicht-tiefen treibt und so zu einer Verschmierung der Linienform führt. Es war damit nur eine Auflösung von $\Delta p/p = 1,5 \cdot 10^{-3}$ zu beobachten. Dies wird auch durch Messungen anderer Autoren bestätigt (Ewan¹⁹). Die F- und I-Linien zeigten eine Auflösung von 0,061% bzw. 0,039%; die Differenz läßt sich ganz gut mit den natürlichen Linienbreiten erklären, 0,025% bzw. 0,005%. Dies bedeutete, daß bei Verwendung der Großflächenquelle genau dieselbe Auflösung erreichbar war wie mit einer normalen strichförmigen Quelle der obengenannten Dimension. Bei der endgültigen Messung wurde dann eine instrumentelle Auflösung von $\Delta p/p = 0,08\%$ eingestellt.

Den Quellträger in seiner endgültigen Form zeigt die Abbildung 8. Im wesentlichen ist es ein Messingrahmen, der harfenartig 50 μm starke vergoldete Molybdandrähte im Abstand von 1,2 mm aufspannt, deren Haltepunkte gegeneinander durch Teflon-schichten getrennt sind und die über einen Spannungsteiler aus 1 M Ω -Miniaturländern auf dem richtigen Korrekturpotential gehalten werden. Die Widerstände waren ausgesucht und differierten im Wert um weniger als 1%.

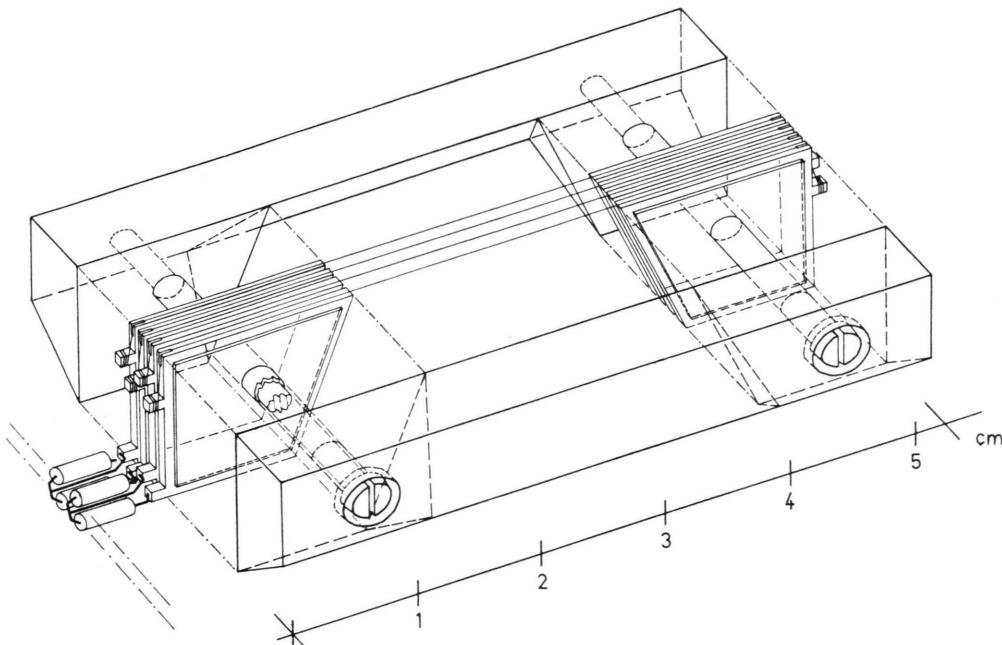


Abb. 8. Der Quellträger. Es sind nur 4 von insgesamt 17 Trägerdrähten mit den dazugehörigen Lamellen gezeichnet. Die quellflächendefinierende Blende ist abgenommen.

Die bedampften Trägerfolien wurden ursprünglich in der Dimension $(35 \times 45) \text{ mm}^2$ gewonnen und durch Auflegen auf den Quellträger übertragen. Mit diesem wiederum wurde die aktive Polystyrolschicht aus dem Wasserbad, in dem sie gegossen wurde, herausgefischt. Die wirksame Quellfläche war durch ein über den Träger geschobenes Fenster definiert und betrug $(22 \times 23) \text{ mm}^2$. Die Dicke der aktiven Schicht wurde noch auf dem Wasser über die Lichtreflexion abgeschätzt. Wie eine Probeserie mit inaktivem Material bei anschließender Nachmessung unter dem Interferenzmikroskop zeigte, ist eine Genauigkeit der Schätzung von $\pm 1,5 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ realistisch.

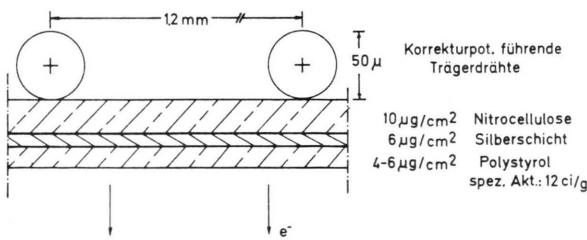


Abb. 9. Schema des Quellenaufbaus im Querschnitt.

Die Abb. 9 zeigt schematisiert die Zusammensetzung der Quellschicht.

Wie sich im Laufe der Messungen zeigte, besaß das Quellmaterial die unangenehme Eigenschaft, in gewissem Maße chemisch nicht gebundenes Tritium

in das Spektrometervakuum abzugeben, was zu einer Untergrunderhöhung des Zählrohrs führte. Es handelte sich dabei wahrscheinlich nicht um Radiolyseprodukte, sondern um Tritiumanteile, die bei der Synthese des Polymeren nicht reagiert hatten und am Ende der Präparation nicht vollständig entfernt werden konnten.

3. Zur Physik der Quellendickeneffekte

Jedes Elektron, das bei dem β -Zerfall nicht unmittelbar an der Oberfläche der Quelle erzeugt wird, erleidet im Mittel einen gewissen Energieverlust. Meist wird dieser Effekt mit dem Bethe-Blochschen Formalismus behandelt, der die Streuung an freien Elektronen als Verlustursache annimmt. Man geht dabei von dem Wirkungsquerschnitt dieses Streuprozesses aus (Bethe und Ashkin³⁷)

$$d\sigma(Q) = \frac{2 \pi e^4}{m v^2} \frac{dQ}{Q^2} \left[1 + \left(\frac{Q}{T-Q} \right)^2 + \text{relativ. Korrekturen} \right]$$

mit Q – Energieverlust des Elektrons beim Streuprozeß, T, v – Kinetische Energie bzw. Geschwindigkeit desselben.

Wegen dQ/Q^2 strebt der obige Ausdruck gegen unendlich, wenn Q gegen null geht. Bei der quantitativen Bestimmung von Energieverlusten und deren spektraler Verteilung für sehr dünne Schichten, wie

sie hier Verwendung fanden, muß man sich also vergewissern, in welchem Umfange dieser Formalismus überhaupt noch Gültigkeit besitzt. In der Realität ist die mit $Q \rightarrow 0$ verknüpfte Singularität deshalb nicht vorhanden, weil ein minimaler Betrag der Energie existiert, die bei einer individuellen Elektron-Elektron-Wechselwirkung übertragen werden kann. Es ist dies durch die zunehmende Abschirmung des Coulomb-Feldes der Testladung durch die freien Elektronen bewirkt. Es existiert also ein maximaler Stoßparameter, der zu Energieverlust führt. Das effektive Coulomb-Feld des eingeschossenen Elektrons kann damit in folgender Art formuliert werden:

$$\Phi(r) = e \cdot \exp\{-k_p r\}/r$$

mit k_p – Debyes Wellenzahl, $1/k_p$ – Kritischer maximaler Stoßparameter.

Das bedeutet: Stöße mit einem Stoßparameter kleiner als dem kritischen Wert führen zur individuellen Wechselwirkung und dies wird mit dem obigen Wirkungsquerschnitt richtig beschrieben, nicht jedoch Stöße mit größeren Stoßparametern, die kollektive Anregungen des Elektronenplasmas zur Folge haben (Raether²⁰). Der Energieverlust für individuelle Elektron-Elektron-Wechselwirkung bei diesem kritischen Stoßparameter beträgt etwa 100 eV. Diese kollektiven Anregungen des Elektronenplasmas, die so genannten Plasmonen, sind auch in Nichtmetallen und organischen Verbindungen existent. Sie bestimmen im wesentlichen die Form des Energieverlustspektrums für eine monoenergetische Elektronenlinie im Verlustbereich von unter 200 eV bei Foliedicken von $1000 \text{ Å} \triangleq 10 \mu\text{g/cm}^2$ und darunter, wie die im folgenden beschriebenen Rechnungen zeigen (Anhang, Tabelle 1).

Analytisch läßt sich nach Bohm und Pines²¹ eine Plasmonresonanz so beschreiben:

$$f(E) = \frac{E}{(E^2 - a^2)^2 b + E^2}$$

mit E – Plasmonenenergie bzw. Energieverlust des Elektrons, a, b – Materialabhängige Konstanten.

Die mittlere Energie (a) dieser Plasmonen besitzt eine charakteristische Größe für jede chemische Verbindung, etwa 15–20 eV. Die Halbwertsbreiten variieren zwischen 1 eV bei Metallen mit leicht beweglichem Elektronengas (z. B. Al) und etwa 25 eV bei organischen Verbindungen. Für die eigenen Rechnungen (Polystyrol) wurden die folgenden Werte genommen. Mittlere Plasmonenenergie:

25 eV; Halbwertsbreite: 21 eV. Diese Werte stammen von Burge und Misell²², Jäger²³ sowie Swanson und Powell²⁴.

Ein Elektron kann beim Durchgang durch eine Folie auf seinem Wege mehrere Plasmonen anregen. Entscheidend für diese Anzahl ist die mittlere freie Weglänge zwischen zwei solchen Anregungen und die Dicke der Schicht. Die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmten Anzahl (P_n) ist damit durch eine Poissonsche Verteilung zu beschreiben:

$$P_n = (d/\lambda)^n \exp\{-d/\lambda\}/n!$$

mit λ – Mittlere freie Weglänge bei gegebener Energie, d – Schichtdicke.

Die spektrale Form der Energieverluste läßt sich dann durch aufeinanderfolgende Faltungen der Einzelresonanz und deren Wichtung mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit aus obiger Poissonscher Verteilung und anschließender Summation angeben.

Dies Spektrum ist jedoch erst vollständig, wenn man noch den Anteil der individuellen Elektronenstreuung an den Verlusten berücksichtigt. Für diesen Teil wurde folgende Spektralform angenommen:

$$d\sigma_{\text{collis}}(E) = \begin{cases} 0 & E < 100 \text{ eV} \\ aE & 100 \text{ eV} \leqq E \leqq 150 \text{ eV} \\ b/E^2 & E > 150 \text{ eV} \end{cases} \quad (E - \text{Energieverlust}).$$

Das Glied aE besitzt keine physikalische Motivation und wurde so gewählt, um einen Sprung im Gesamtspektrum zu vermeiden. Diese beiden Spektralteile ($d\sigma_{\text{collis}}$ bzw. $d\sigma_{\text{plasm}}$) wurden in der Form einzeln berechnet und dann über die zum Teil noch unbestimmten Parameter zum einen an gemessene Verlustspektren von Rauth und Simpson²⁵ angepaßt und zum anderen normiert auf den mittleren Gesamtenergieverlust, den die Bethe-Bloch-Formel liefert. Es konnte nämlich an Hand der veröffentlichten Meßdaten festgestellt werden, daß der Bethesche Formalismus den mittleren Energieverlust auch in dem Gebiet dieser geringen Massenbelegungen innerhalb der Fehlergrenzen richtig angibt. Eine diesbezügliche Aufstellung der Rechenergebnisse findet sich in der Tabelle 1. Einige berechnete typische Energieverlustspektren für Polystyrol zeigt die Abbildung 10.

4. Die Erstellung „synthetischer“ Spektren in Fermi-Darstellung

Unter Zuhilfenahme der obigen Ergebnisse wurden nun auf „synthetischem“ Wege für verschiedene

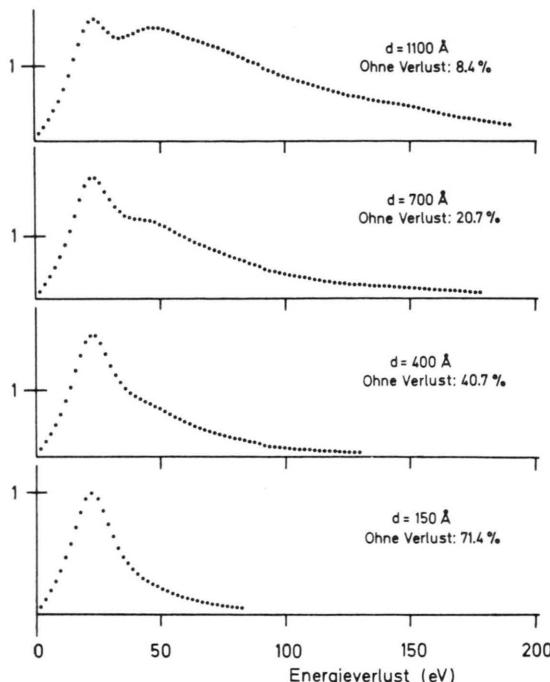


Abb. 10. Berechnete Energieverlustspektren für verschiedene Polystyrolschichtdicken. Das Maximum im Spektrum für $d = 150 \text{ \AA}$ ist auf eins normiert, alle anderen Spektren sind darauf bezogen. Einschussenergie: 18 keV; mittlere freie Weglänge des Elektrons zwischen zwei Plasmonanregungen: 445 Å. Angegeben ist noch jeweils, welcher Prozentsatz der eindringenden Elektronen ohne jeden Energieverlust die Folie passiert.

Quelldicken und verschiedene Neutrinozuhemmassen und unter Berücksichtigung des begrenzten Auflösungsvermögens des Spektrometers Spektren in Fermi-Darstellung errechnet, die einen Satz quantitativer Vergleichsgrößen für die Messungen abgeben sollten.

Es wurde jeweils bei einer Quelldicke für fünf verschiedene Elektronenenergien zwischen 10 keV und 18,5 keV die oben erwähnten Spektren errechnet und mit diesen Ergebnissen ein β -Spektrum erlaubter Art mit einer definierten Neutrinozuhemasse und mit dem apparativen Auflösungsvermögen gefaltet und anschließend dieses in die Fermi-Darstellung transformiert. Das Ergebnis dieser Kalkulationen für den Bereich in der Nähe der Maximalenergie zeigt die Abbildung 11. Es zeichnet sich dabei folgendes bemerkenswerte Ergebnis ab. Die Tangente an die Kurvenschar für eine bestimmte Quelldicke ist gegenüber dem Idealfall (Quelldicke: 0, $m_\nu = 0$, Auflös. $\Delta E/E = 0$) in bezug auf die Energie parallelverschoben; dies hat aber zur Folge, daß die Energiedifferenz zwischen den Schnittpunkten

der Kurve für ein bestimmtes m_ν und der Tangente an dieselbe mit der Abszisse in jedem Fall kleiner ist als der Betrag $m_\nu c^2$.

Dieser Differenzbetrag kann sogar exakt Null sein, das heißt für ein bestimmtes m_ν und eine bestimmte Quelldicke kann sich eine Gerade in der Fermi-Darstellung ergeben. Dies schränkt natürlich die Aussagekraft aller solcher Messungen ein.

5. Diskussion anderer Effekte, die das Elektronenspektrum beeinflussen können

Neben den oben erwähnten unelastischen Wechselwirkungen der Elektronen existieren auch solche elastischer Art, zum Beispiel Streuung an Kernen. Diese kann eine Elektronenbahn um erhebliche Winkelbeträge umlenken, das praktisch einer Vergrößerung der effektiven Schichtdicke gleichkommt.

Zur Abschätzung dieses Effekts wurde wieder auf Messungen von Rauth und Simpson²⁵ zurückgegriffen, die auch Streuwinkelverteilungen von 20 keV-Elektronen nach dem Passieren dünner Kunststoffschichten gemessen haben. Sie erhielten die Werte der Tabelle 2.

Tab. 2.

Formvarsicht	520 Å $\triangleq 6.4 \mu\text{g}/\text{cm}^2$	260 Å $\triangleq 3.2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$	
Von elastisch gestreuten Elektronen laufen:	93%	98%	nach Durchgang in einen Kegel mit 11° Öffnungswinkel
Von unelastisch gestreuten Elektronen laufen:	86%	92%	

Ablenkungen von 20° würden erst eine Schichtdickenvergrößerung von 6% vortäuschen. Da die in dieser Arbeit benutzten effektiven Quelldicken etwa zwischen diesen beiden Stärken lagen und zudem nur auf $\pm 25\%$ bekannt waren, wurde im folgenden auf eine Korrektur hinsichtlich der Wegverlängerung von Elektronen durch elastische Streuung im Quellmaterial verzichtet.

Weiterhin können relativistische Strahlungskorrekturen einen Einfluß auf die Form des β -Spektrums ausüben, Jarlskog⁵ zeigte jedoch, daß bei den vorliegenden erreichten Genauigkeiten ein solcher Effekt unberücksichtigt bleiben kann.

Zur Berechnung der Rückstoßenergie des ${}^3\text{He}$ -Kernes geht man von dem Phasenraumintegral für

den Dreikörperzerfall aus (Block²⁶, Kofoed-Hansen²⁷). Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} dN/dp_e = p_e^2 & \{ [E_e^{\max} - E_e + 2m_\nu - (m_e/m_k)E_e] \\ & \cdot [E_e^{\max} - E_e - (m_e/m_k)E_e]^{1/2} \\ & \cdot [E_e^{\max} - E_e + m_\nu - (m_e/m_k)E_e] \} \end{aligned}$$

mit m_ν , m_e , m_k – Neutrino-, Elektron-, Kernmasse. Der Term $-(m_e/m_k)E_e$ beschreibt die Rückstoßenergie des Kerns

$$E_R = 3,4 \text{ eV}.$$

Im Endergebnis für E_{\max} wird diese kleine Korrektur berücksichtigt.

Außerdem müssen auch Effekte, die durch die Wechselwirkung Kern-Elektronenhülle hervorgerufen werden, Berücksichtigung finden. Dies hat Auswirkungen auf die Größe von E_{\max} und die Zerfallsrate wegen der verschiedenen elektronischen Bindungsenergien von Mutter- und Tochteratom bzw. der Abschirmwirkung des Hüllenelektrons am Kernort von ${}^3\text{He}$. Diese Frage wurde von Bergkvist²⁸ ausführlich behandelt, er erhält einen mittleren Energiegewinn der Zerfallselektronen von 41,3 eV und eine Veränderung der Zerfallskonstanten von $-0,22\%$; Alder et al.²⁹ erhalten in ihrer Rechnung bezüglich der Abschirmeffekte eine ähnliche Veränderung der Zerfallskonstanten.

Weiterhin führt die Wechselwirkung mit den Hüllenelektronen zu einer Unschärfe der Endpunktsenergie des Beta-Spektrums und begrenzt somit prinzipiell die Aussagemöglichkeit über die Antineutrinoruhemasse. Je nach der Größe der Überlappintegrale zwischen der Wellenfunktion des Grundzustands im Tritiumatom und aller gebundenen und ungebundenen Zustände im He^+ -Atom sind verschiedene Übergänge des Hüllenelektrons durch die „Störung“ des Kernzerfalls möglich. Es zeigt sich jedoch, daß diese Übergangswahrscheinlichkeiten, auch als „shake-up“ und „shake-off“-Prozesse bezeichnet, noch keineswegs ganz eindeutig bestimmt werden können. Bergkvist²⁸ erhält für die Übergangswahrscheinlichkeiten in die 1s, 2s, 3s Zustände in He^+ die Werte: 70%, 25%, 1,4% und errechnet daraus eine Unbestimmtheit von E_{\max} zu $\Delta E^2_{\max} = (27 \text{ eV})^2$. Diese Wahrscheinlichkeiten sind jedoch verschieden in den beiden zur Zeit diskutierten „shake-off“-Modellen. Carlson et al.³⁰, die mit einem Zweistufenmodell rechnen, erhalten Ergebnisse, die von Rechnungen von Law und Campbell³¹ für ein Einstufenmodell erheblich differieren. Letz-

tere kalkulieren bei dem Tritium-Zerfall eine Wahrscheinlichkeit für die Entfernung des Elektrons aus der K-Schale in He^+ von 5,2% gegenüber einem Wert von 30% in der Bergkvistschen Arbeit. Es ist also nicht ausgeschlossen, daß die Varianz von E_{\max} kleiner ist als der oben angegebene Wert.

6. Die Meßergebnisse und deren Auswertung

Es wurden im Rahmen der Arbeit drei Messungen an Quellen verschiedener Dicke ausgeführt. Bei jeder Quelle wurden etwa 150 Punkte bei variabler Meßzeit aufgenommen und dabei das Spektrum mehrmals in versetztem Energieraster durchgefahren, um vor apparativen Langzeitveränderungen in erster Näherung sicher zu sein.

Die Einstellung der Spektrometerblenden definierte eine apparative Energieauflösung von $\Delta p/p = 8 \cdot 10^{-4}$.

Auf eine Korrektur der Daten bezüglich Elektronenabsorption im Zählrohrfenster konnte verzichtet werden. Es zeigte sich nämlich bei der Ausdehnung der Messung bis 9 keV herunter, daß oberhalb von 13 keV kein degradierender Einfluß auf das Spektrum mehr zu erkennen war.

An die Meßpunkte im Fermi-Diagramm hatte nach der Methode der kleinsten Quadrate eine Gerade angepaßt zu werden, um jeweils den extrapolierten Endpunkt des Spektrums gewinnen zu können. Das die Ausgleichsgerade bestimmende Rechenprogramm berücksichtigte dabei das infolge der unterschiedlichen Meßzeiten individuelle Gewicht eines jeden Meßpunkts. Die Abbildung 12 zeigt das Ergebnis einer Messung in Fermi-Darstellung. Jeweils mit eingetragen sind die Abweichungen der Meßpunkte von der Ausgleichsgeraden, in Vielfachen des mittleren Fehlers; bei der Berechnung desselben wurde nur die statistische Unsicherheit berücksichtigt.

Die Schnittpunkte der drei Ausgleichsgeraden mit der Energieachse ergaben folgende Werte:

- 1) $E'_0 = 18,496 \pm 0,004 \text{ keV}; 4,0$
 - 2) $E'_0 = 18,833 \pm 0,004 \text{ keV}; 6,0$
 - 3) $E'_0 = 18,625 \pm 0,005 \text{ keV}; 4,5$
- Quellendicke ($\mu\text{g/cm}^2$).

Die angegebenen Fehler sind statistischen Ursprungs. Nur bei der Messung 3 wurde zur genauen Energieeichung unmittelbar vor und nach dem Durchgang die Spektrometerkonstante mit Hilfe einer Th-B-Quelle bestimmt, ohne den Meßwider-

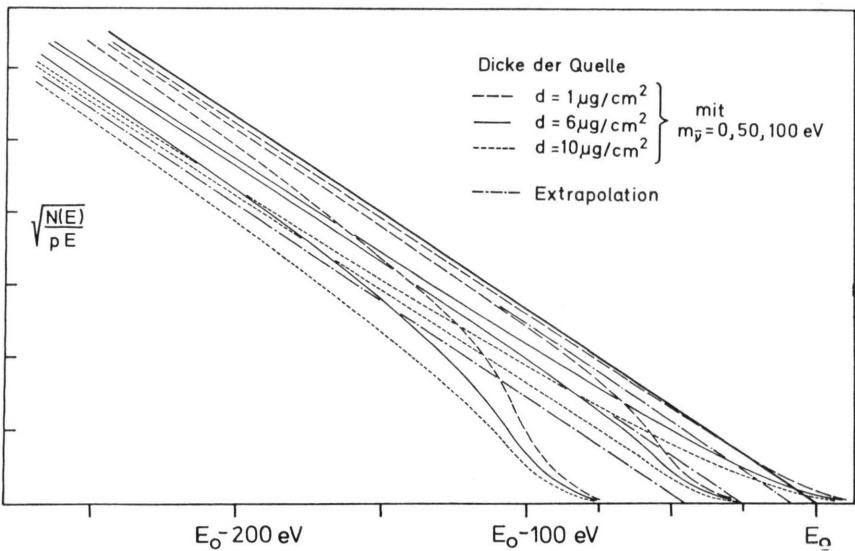


Abb. 11

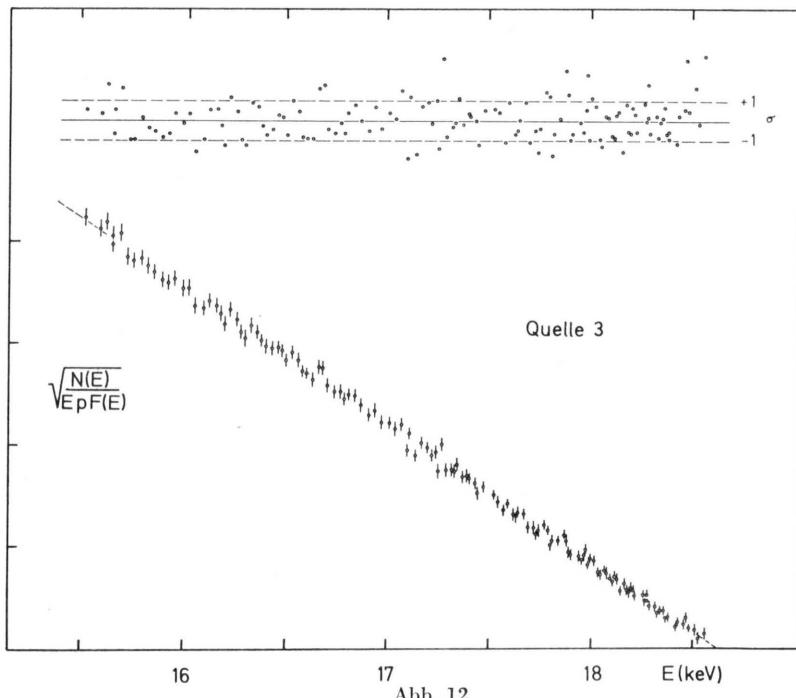


Abb. 12

Abb. 14

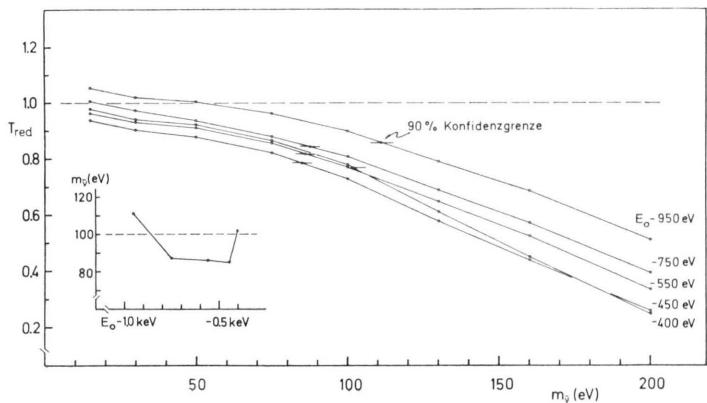


Abb. 11. Schar synthetischer Spektren in Fermi-Darstellung bei verschiedenen Quellendicken und Antineutrinoschwellenenergien. Die stark ausgezogene Linie gilt für: $d=0$, $m_\nu=0$, instr. Auflös. $\Delta E/E=0$. Alle anderen Kurven sind mit $\Delta E/E=28 \text{ eV}$ gerechnet.

Abb. 12. Gemessenes ${}^3\text{H}$ -Betaspektrum in Fermi-Darstellung; Quellendicke: $(4,5 \pm 1,5) \mu\text{g/cm}^2$.

Abb. 14. Statistische Auswertung der Zusammenfassung aller Meßpunkte. Parameter: Schwellenenergie, oberhalb derer alle Meßpunkte zur Auswertung herangezogen werden. In der eingesetzten Zeichnung ist noch einmal die sich ergebende Abhängigkeit des, bezüglich der 90-proz. Konfidenz, kritischen Werts von m_ν von der Schwellenenergie gesondert dargestellt.

standsbereich umzuschalten. Die relative Differenz beider Messungen betrug $1,5 \cdot 10^{-4}$. Die Linearitätsabweichung der Spektrometerstrommessung wurde zu maximal $1 \cdot 10^{-4}$ angenommen. Weiterhin sind mögliche Lagedifferenzen der Th-B-Eichquellen und Tritiumquellen von maximal 0,5 mm, eine geringe Nichtlinearität des Spannungsteilers von 1%, ein nicht kompensiertes Erdfeld von höchstens $3 \text{ m}T$ sowie der oben angegebene statistische Fehler zu berücksichtigen. Alle Unsicherheiten teils additiv teils multiplikativ zusammengenommen führen dann zu einem Fehler der Größe E'_0 von $\pm 26 \text{ eV}$. Die abweichenden E'_0 -Werte der beiden anderen Messungen werden auf wechselnde Kontaktwiderstände des Meßwiderstandsumschalters von maximal $500 \mu\Omega$ zurückgeführt. Zur Ermittlung von E_0 wird somit nur die Messung 3 herangezogen:

$$\begin{aligned} & 18,625 \text{ keV Meßwert } 3 \\ & +0,020 \text{ keV Quelldickeneffekt} \\ & +0,003 \text{ keV Energieverlust durch Kernrückstoß} \\ E_0 = & 18,648 \pm 0,026 \text{ keV.} \end{aligned}$$

Das obige Ergebnis ist dann der Wert der Zerfallsenergie des Tritiums zwischen den molekularen Grundzuständen von Mutter und Tochterkern und bei Annahme $m_\nu = 0$. Bezuglich der Meßwerte dieser Größe von anderen Autoren sei auf die Referenzliste bei Bergkvist² verwiesen.

Die Auswertung der Daten für eine Aussage über die Antineutrinozählemasse erfolgte in der Art, daß zuerst einmal an die Ausgleichsgerade der Meßpunkte in jedem Fermi-Plot die Tangente der schon beschriebenen synthetischen Schar von Vergleichsspektren durch Multiplikation mit einem geeigneten Intensitätsfaktor angepaßt wird. Mit Hilfe von statistischen Tests werden dann die Abweichungen der Meßpunkte von jedem einzelnen Vergleichsspektrum bewertet. Die Bewertungsgrößen erst lassen bei einem Vergleich mit einer kritischen Grenze, die von der zuvor gewählten Aussagesicherheit und dem statistischen Meßumfang abhängt, eine einwandfreie Bestimmung des Informationsinhalts der einzelnen Messungen zu.

Im Verlauf der Auswertung wurden verschiedene statistische Testmethoden untersucht. Den Pearson'schen χ^2 -Anpassungstest anzuwenden liegt allgemein nahe, er besitzt jedoch Nachteile. Es wird dabei nämlich die richtige Abschätzung der Varianz der Meßpunkte vorausgesetzt, was in diesem Falle aber relativ schwierig ist, da statistische und apparativ bedingte Schwankungen kaum zu trennen sind und

ähnliche Größen aufweisen. Weiterhin kann der Test nur schwer systematische Abweichungen erkennen, weil eben nur die Quadrate der Differenzen in die Testvariable eingehen. Diese Nachteile kann man zum Teil umgehen, indem man gesondert, von allen Punkten mit positiver und solchen mit negativer Abweichung gegen die Vergleichsfunktion, die χ^2 -Variablen bestimmt, und dann den Quotienten dieser beiden Größen als Testvariable benutzt. Diese ist dann nach der zweiparametrischen Fisherschen F-Statistik verteilt. Genaueres darüber ist bei Lowell-Wine³² zu finden. Man sieht sofort, daß hierbei die Unsicherheit bezüglich der Varianzbestimmung der Meßpunkte durch die Quotientenbildung herausfällt und weiterhin, daß systematische Punktabweichungen sich im Quotienten voll bemerkbar machen. Der einzige Nachteil bei der Anwendung dieses Tests besteht in seiner relativ starken Empfindlichkeit gegen eine nichtnormale Punktverteilung. Bei der Anwendung zeigte sich dann auch, daß eine von den drei Messungen der starken Quellen nicht nach diesem Test auswertbar war, offensichtlich infolge zu starker Abweichungen von der Normalität.

Die endgültige Auswertung mußte daher nach einem nichtparametrischen Test erfolgen, der eben keine Annahmen über die Verteilungsfunktion der Stichprobenwerte voraussetzt. Ausgewählt wurde dazu der Wilcoxon'sche Rang-Test, da er in der Gruppe der nichtparametrischen Tests offensichtlich die stärkste Entscheidungskraft besitzt (Hodges und Lehmann³³).

Dieser Test läuft in folgenden Schritten ab:

- 1) Ermittlung der Meßpunktabweichungen vom Vergleichs-Fermi-Plot für ein bestimmtes m_ν , in Einheiten der Standardabweichung.
- 2) Ordnung dieser Zahlen nach ihrer Absolutgröße, jedoch unter Beibehaltung des Vorzeichens.
- 3) Summation aller Ränge, d.h. der jeweiligen Ordnungsnummer innerhalb der Gesamtreihe, die mit negativem Vorzeichen versehen sind.

Diese Rangsumme (T) ist die Testvariable. Nach der Theorie ist dieselbe annähernd normal verteilt mit dem Mittelwert:

$$\left. \begin{aligned} \mu_T &= n(n+1)/4 \\ \text{und der Varianz:} \\ \sigma_T^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} \end{aligned} \right\} \text{für } n \geq 25$$

mit n — Anzahl der Meßpunkte.

Bei vorgegebener Konfidenz ist es dann in der üblichen Weise möglich, eine kritische Grenze T_c im

Variablenbereich festzulegen, deren Unterschreitung durch die Testgröße eine signifikante Abweichung der Meßpunkte vom Vergleichsplot signalisiert.

Man sieht sofort, daß bei diesem Test eine systematische Fehleinschätzung der Meßpunktvarianzen in erster Näherung die Entscheidung nicht beeinflussen kann, da durch einen solchen Vorgang die Verhältnisse der Abweichungen untereinander gleich bleiben und damit die Reihenfolge der Punkte nicht geändert werden würde.

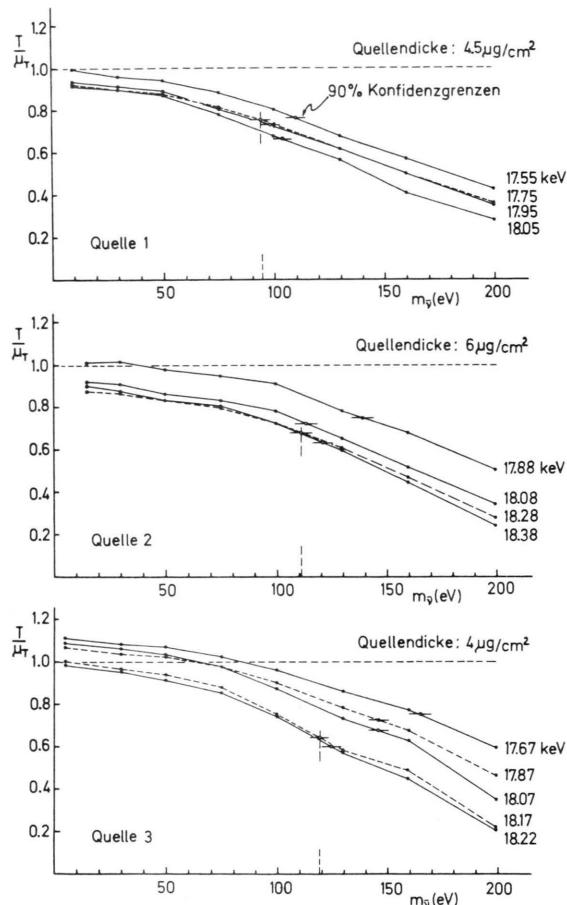


Abb. 13. Statistische Auswertung der Einzelmessungen. Aufgetragen ist die normalisierte Wilcoxon-Schichtmasse. Parameter: Energieschwelle, oberhalb derer alle Meßpunkte zur jeweiligen Auswertung herangezogen wurden. Die kurzen horizontalen Striche deuten die Lage des kritischen Wertes der Testvariablen bei vorgegebener Konfidenz von 90% an. Ihre verschiedene Lage resultiert aus der Tatsache, daß jede einzelne Meßkurve einen Meßpunktsatz verschiedenen Umfangs repräsentiert. Das Ergebnis für die Größe $m_{\bar{\nu}}$ liefert der in bezug auf dieselbe niedrigst liegende Schnittpunkt einer Meßkurve mit dem dazugehörigen kritischen Testvariablenwert.

(Korrektur: Die angegebenen Quellendicken bei Quellen 1 und 3 müssen vertauscht werden.)

Die Auswertungsergebnisse der drei Einzelmessungen mit diesem Test zeigt die Abbildung 13.

Da die entscheidenden Differenzen im Fermi-Plot bei verschiedenen Werten von $m_{\bar{\nu}}$ bei größer werdender Entfernung vom Endpunkt immer kleiner werden, bedeutet das eine steigende Unempfindlichkeit, je mehr Meßpunkte zur Auswertung herangezogen werden; oder mit anderen Worten, je niedriger eine Energieschwelle angesetzt wird, oberhalb derer alle Meßpunkte Berücksichtigung finden. Andererseits steigen die statistischen Unsicherheiten immer mehr an, je weniger Punkte man berücksichtigt. Das bedeutet, es muß eine optimal empfindliche Punktmenge existieren, was auch in der Abb. 13 deutlich wird.

Eine statistische Zusammenfassung der Ergebnisse dieser drei Messungen ist erst an der Stelle des Auswerteverfahrens möglich, wo der notwendige individuelle Vergleich aller Meßpunkte von einer Quelle mit dem dazugehörigen Satz „synthetischer“ Spektren in Fermi-Plot-Darstellung, der verschiedenen Quellendicken wegen, bereits vollzogen ist. Man verfügt an dieser Stelle also für jedes vorgegebene $m_{\bar{\nu}}$ und jede Quelle über einen Wertesatz von Meßpunktabweichungen vom synthetischen Vergleichsspektrum gemessen in Einheiten der Standardabweichung. Nach einer Umeichung der Energieskalen, um die drei differierenden gemessenen Endpunkte aufeinander fallen zu lassen, können erst dann die Punktsätze der drei verschiedenen Quellen für ein festes $m_{\bar{\nu}}$ aufeinander projiziert und anschließend wie eine Messung statistisch bewertet werden.

Das Auswerteergebnis der so erfolgten Zusammenfassung aller Meßpunkte zeigt die Abbildung 14.

Das Ergebnis läßt damit folgende Aussage zu:

$$m_{\bar{\nu}} \leq 86 \text{ eV} \text{ bei einer Konfidenz von } 90\%.$$

7. Diskussion

Der gemessene Endpunkt des Tritium-Beta-Spektrums von $18.648 \pm 0.026 \text{ keV}$ ordnet sich gut in die Werteschar aus den bisher veröffentlichten Arbeiten über dieses Thema ein. Aus den Rechnungen über die Quellendickeneffekte geht hervor, daß bei derartig dünnen Schichten eine Vernachlässigung der Plasmonenerzeugung keine physikalisch haltbaren Annahmen über die Verschmierung des Spektrums zuläßt. Dieser Effekt ist besonders für die Auswertung bezüglich der Größe $m_{\bar{\nu}}$ wichtig, nicht so sehr

Tab. 1. Aufschlüsselung der Energieverluste von 20 keV-Elektronen beim Passieren dünner Folien.

Energieverlust (eV)	Ge-mes-sen (1)	Koll.-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 505 \text{ \AA}$ (2)	In-di-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 660 \text{ \AA}$ (3)	Koll.-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 460 \text{ \AA}$ (2)	In-di-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 430 \text{ \AA}$ (3)	Koll.-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 115 \text{ \AA}$ (2)	In-di-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 100 \text{ \AA}$ (3)	Koll.-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 520 \text{ \AA}$ (2)	In-di-Wech-selw.-Gerech-net mit $\lambda = 260 \text{ \AA}$ (3)							
		Diffe-renz (4)														
0 – 10	3	5,2	–	–2,1	2	4,4	–	–2,4	2	2,7	–	–0,7	1	1,3	–	–0,3
10 – 20	22	19,8	–	+2,2	18	17,1	–	+0,9	10	10,8	–	–0,8	5	5,3	–	–0,3
20 – 30	27	29,9	–	–2,9	26	26,0	–	–1,5	17	17,1	–	+0,1	9	8,8	–	+0,2
30 – 40	13	16,3	–	–3,3	14	15,5	–	–1,5	12	11,9	–	+0,1	7	8,6	–	–0,6
40 – 50	9	8,5	–	+0,5	10	9,3	–	+0,2	10	9,9	–	+0,1	8	7,9	–	+0,1
50 – 70	12	8,5	–	+3,5	12	11,7	–	+0,3	14,5	15,0	–	–0,5	14,5	14,9	–	–0,4
70 – 100	6	3,9	–	+2,1	8	6,6	–	+1,4	13,5	11,9	–	+1,6	17,5	17,0	–	+0,5
100 – 180	3,2	0,6	2,0	+0,6	5,5	2,0	–	+1,5	12,0	6,7	4,1	+1,2	21	17,4	5,2	–
180 – 455	2,3	–	3,1	–0,8	2,7	–	3,1	–0,4	5,2	0,3	6,1	–1,2	10,5	1,9	8,0	+0,6
455 – 590	0,6	–	0,5	+0,1	0,4	–	0,5	–0,1	0,8	–	1,0	–0,2	1,5	–	1,3	+0,2
590 – 1,7 K	1,4	–	1,0	+0,4	0,9	–	1,0	–0,1	1,8	–	2,0	–0,2	3,0	–	2,5	+0,5
1,7 K – E/2	0,5*	–	0,4	0,5*	–	0,4	–	1,2*	–	0,8	–	2,0*	–	1,1	–	1,1
Summe O-Verlust	100,0	93,0	7,0	(51 ± 10)%	93,0	7,0	100,0	86,0	14,0	100,0	82,0	18,0	(6 ± 2)%	8%	–	–
	(74 ± 5)%	72%	Formvar $d = 130 \text{ \AA}$	Formvar $d = 260 \text{ \AA}$	Formvar $d = 520 \text{ \AA}$	Formvar $d = 520 \text{ \AA}$										

dagegen wie sich zeigte für die Abschätzung des mittleren Energieverlustes und der damit verbundene Korrektur des Endpunktes.

Dadurch daß die Quellschicht quasi freitragend aufgebaut ist, die 5-proz. Flächenbedeckung durch die Stützdrähte kann in erster Näherung vernachlässigt werden, sollten Rückstreueffekte und eine damit verbundene Verformung des Spektrums nicht auftreten. Wie jedoch nachträglich eine Rechnung auf der Basis der Rückstremessungen von Kanter³⁴ ergab, ist auch im ungünstigsten Fall diese Verformung gering im Verhältnis zur erreichten Meßgenauigkeit, wenn für die Extrapolation des Endpunktes ein Energiebereich von weniger als 2 keV benutzt wird.

Im übrigen zeigten die Untersuchungen, daß es möglich ist, mit nichtparametrischen statistischen Methoden zu schärferer Beurteilung des Beobachtungsmaterials zu gelangen. Auf der Basis des Wilcoxon-Tests konnte für m_v eine Obergrenze von 86 eV bei einer Konfidenz von 90% abgeleitet werden. Dieser Zahlenwert liegt infolge der schlechteren Statistik über dem aus der Arbeit von Bergkvist jedoch erheblich unter dem von Daris und St. Pierre³⁵ gemessenen Wert, wenn man deren Angabe auf eine Konfidenz von 90% umrechnet.

Gedankt sei an dieser Stelle den Herren Professoren Daniel und Schmidt-Rohr für ihr Interesse und die Ermöglichung dieser Untersuchung am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg.

8. Anhang

Erläuterungen zur Tabelle 1

Diese Tabelle zeigt Rechenergebnisse für Energieverlustspektren von 20 keV-Elektronen nach dem Passieren dünner Kunststoffschichten. In der Spalte (1) sind die gemessenen Prozentsätze der verlustbehafteten Elektronen eingetragen (nach einer Arbeit von Rauth und Simpson²⁵). Die Summe (100%) bezieht sich auf die Gesamtheit der verlustbehafteten Partikel. Der Elektronenanteil ohne Energieveränderung bezogen auf die Gesamtheit aller in die Folie eintretenden Teilchen, steht an der untersten Stelle der Spalte. Die Spalten (2) und (3) zusammengenommen zeigen das entsprechende Rechenergebnis und sind mit Spalte (1) zu verglichen; wobei die Spalte (2) nur die durch Plasmonen verursachten Verluste zeigt, während in der Spalte (3) der Anteil der durch individuelle Elektron-Elek-

tron-Stöße verursachten Verluste [nach dem Spektrum $d\sigma_{\text{collis}}(E)$ im Abschnitt 3] erscheint. Der unterste Wert in Spalte (2) ist der berechnete Anteil von Elektronen ohne Energieverlust. Die Größe

λ bezeichnet die mittlere Weglänge der Elektronen bezüglich einer Plasmonanregung. Die Zahlensätze mit * sind von den obengenannten Autoren berechnet.

- ¹ B. Röde u. H. Daniel, Nuovo Cim. Let. **5**, 139 [1972].
- ² K. E. Bergkvist, Nucl. Phys. **B 39**, 317 [1972].
- ³ O. Kofoed-Hansen, Phys. Rev. **71**, 451 [1947].
- ⁴ C. S. Wu, in K. Siegbahn, Alpha, Beta and Gamma ray Spectroscopy Band 2, S. 1390.
- ⁵ C. Jarlskog, Ark. Fysik **40**, 509 [1970].
- ⁶ H. Primakoff, Springer Tracts in Mod. Phys. **53**, 6 [1970].
- ⁷ T. Kirsten, Fortschr. Phys. **18**, 449 [1970].
- ⁸ H. Primakoff u. S. P. Rosen, Phys. Rev. **184**, 1925 [1969].
- ⁹ W. Kundt, Springer Tracts in Mod. Phys. **58**, 1 [1971].
- ¹⁰ B. Pontecorvo, Zurn. Eksp. Teor. Fiz. **34**, 247 [1958]; in Old and New Problems in Elementary Particles, G. Puppi ed., Academic Press, New York 1968, S. 251.
- ¹¹ H. Daniel, P. Jahn, M. Kuntze u. B. Martin, Nucl. Instr. Meth. **82**, 29 [1970].
- ¹² W. F. Piel, Nucl. Phys. **A 203**, 369 [1973].
- ¹³ R. Daris u. C. St. Pierre, Nucl. Instr. Meth. **64**, 346 [1968].
- ¹⁴ R. W. P. Drever, A. Moljk u. S. C. Curran, Nucl. Instr. Meth. **1**, 41 [1957].
- ¹⁵ F. G. Houtermans u. H. Oeschger, Helv. Phys. Acta **31**, 117 [1958].
- ¹⁶ O. Dragoun, Rez. Nucl. Res. Inst. Report 2148.
- ¹⁷ K. E. Bergkvist, Ark. Fysik **27**, 438 [1964].
- ¹⁸ J. K. Bienlein u. G. Schlosser, Z. Physik **174**, 91 [1963].
- ¹⁹ G. T. Ewan, Can. J. Phys. **41**, 2202 [1963].
- ²⁰ H. Raether, Springer Tracts in Mod. Phys. **38**, 84 [1965].
- ²¹ D. Bohm u. S. D. Pines, Phys. Rev. **92**, 609 [1953].
- ²² R. E. Burge u. D. Misell, Phil. Mag. **18**, 251 [1968].
- ²³ J. Jäger, Ann. Phys. Leipzig **22**, 147 [1969].
- ²⁴ N. Swanson u. C. Powell, J. Chem. Phys. **39**, 630 [1963].
- ²⁵ A. M. Rauth u. J. Simpson, Rad. Research **22**, 643 [1964].
- ²⁶ M. M. Block, Phys. Rev. **101**, 796 [1956].
- ²⁷ O. Kofoed-Hansen, Phil. Mag. **42**, 1411 [1951].
- ²⁸ K. E. Bergkvist, Phys. Scripta **4**, 23 [1971].
- ²⁹ K. Alder, G. Baur u. U. Raff, Helv. Phys. Acta **44**, 514 [1971].
- ³⁰ T. A. Carlson, C. W. Nestor, T. C. Tucker u. F. B. Malik, Phys. Rev. **169**, 27 [1968].
- ³¹ J. Law u. J. L. Campbell, Nucl. Phys. **A 185**, 529 [1972].
- ³² R. Lowell-Wine, Statistics for Scientists and Engineers, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1964, S. 302.
- ³³ J. L. Hodges u. E. Lehmann, Basic Concepts of Probability, Holden-Day, 1964, S. 303.
- ³⁴ H. Kanter, Ann. Phys. Leipzig **20**, 146 [1957].
- ³⁵ R. Daris u. C. St. Pierre, Nucl. Phys. **A 138**, 545 [1969].
- ³⁶ H. P. Bier, Diplomarbeit, MPI für Kernphysik Heidelberg 1967.
- ³⁷ H. A. Bethe u. J. Ashkin, in Exp. Nucl. Phys. Vol. **I**, E. Segré ed., John Wiley, New York 1953, S. 276.